el temps s'han acabat anomenant *polinomis de Tutte* (Tutte sostenia que més aviat haurien de dur el nom de *Whitney*, atès que les idees bàsiques ja estaven contingudes en els treballs precursors de Hassler Whitney dels anys 30). Avui dia juguen un paper important, no solament en combinatòria, sinó en teoria de nusos, teoria de codis algebraics, mecànica estadística, i d'altres àrees. Es tractava de la primera reunió dedicada específicament al tema i vam pensar quin honor no seria comptar amb la presència de Tutte al simposi. Ràpidament va acceptar la invitació i així vam poder compartir amb ell uns dies plens d'excitació, on combinatorialistes, algebristes, físics i topòlegs vam discutir dels polinomis de Tutte des de múltiples punts de vista. Bill Tutte va pronunciar una conferència magnífica sobre la gènesi dels seus treballs en aquest camp, que va concloure amb aquestes paraules: ≪That completes my account of my work on the polynomial. Later I was astonished to hear that it had found applications in other branches of mathematics, even in knot theory. I hope to learn something of these applications at this conference≫.

Referències

[1] R. L. Brooks, C. A. B. Smith, A. H. Stone, W. T. Tutte, The dissection of rectangles into squares, *Duke Math. J.* 7 (1940), 312–340.

[2] J. D. Skinner, II; C. A. B. Smith, W. T. Tutte, On the dissection of rectangles into right-angled isosceles triangles, *J. Combin. Theory Ser. B* 80 (2000), 277–319.

[3] W. T. Tutte, Whither Graph Theory?, a *Quo Vadis, Graph Theory?* (J. Gimbel, J. W. Kennedy, L. V. Quintas, editors), North-Holland, Amsterdam, 1993.

[4] W. T. Tutte, *FISH and I*, `frode.home.cern.ch/frode/crypto/tutte.html`

[5] W. T. Tutte, *Graph theory as I have known it*, Oxford University Press, New York, 1998.

Marc Noy
UPC

Articles

Cicle de Metó i Saros

El cicle de Metó és un cicle de 19 anys exactes després del qual es repeteixen les llunes noves i llunes plenes a la mateixa època de l'any. El Saros és un cicle de 18 anys, 11,3 dies després del qual es repeteix aproximadament la successió d'eclipsis de sol i lluna. El cicle de Metó és grec, mentre que el Saros era conegut pels caldeus. Encara que sembli que aparentment aquests dos cicles hagin d'estar relacionats, en realitat només ho estan d'una manera molt feble. Farem explicacions independents per a cada un d'aquests dos cicles.

Cicle de Metó

El període sinòdic mitjà de la lluna és de 29,5305881 dies. El *període sinòdic* és el temps entre dues llunes plenes consecutives. Això és el que s'entén per mes lunar (o lunació). D'altra banda, l'any tròpic mitjà dura 365,2421988 dies. L'*any tròpic* és el temps transcorregut entre dos equinoccis de primavera consecutius. Ens plantegem el problema següent: trobar un múltiple enter de l'any tròpic que coincideixi el més exactament possible amb un altre múltiple enter del període sinòdic de la lluna (o mes lunar).

Designem per A la duració de l'any tròpic i per M la duració del mes lunar. Per precisar el problema, limitarem el nombre d'anys que considerem. Enunciarem, doncs, el problema així: Donat un $n \in \mathbb{N}$, entre tots els parells d'enters positius $(k\,,\,r)$, amb $k \leq n$, cal trobar aquell parell per al qual $|kA - rM|$ és el més petit possible. Un senzill programa d'ordinador ens

pot resoldre de manera ràpida aquest problema en funció de n. Donem aquí les solucions per a uns quants n.

$$\begin{array}{rrrrrr} n = & 18 & k = & 11 & r = & 136 \\ n = & 19 & k = & 19 & r = & 235 \\ n = & 333 & k = & 19 & r = & 235 \\ n = & 334 & k = & 334 & r = & 4131 \\ n = & 686 & k = & 334 & r = & 4131 \\ n = & 687 & k = & 687 & r = & 8497 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} |kA - rM| = 1{,}5042 \\ |kA - rM| = 0{,}0864 \\ |kA - rM| = 0{,}0864 \\ |kA - rM| = 0{,}0350 \\ |kA - rM| = 0{,}0350 \\ |kA - rM| = 0{,}0165 \end{array}$$

A la vista d'aquestes dades observem que 11 anys ($k = 11$) és una solució acceptable i que 19 anys és una solució molt bona ($k = 19$). Observem que per a superar la solució dels 19 anys ens n'hem d'anar a 334 anys, i per a millorar-la una mica més hauríem d'agafar 687 anys. La solució dels 19 anys és la que van trobar els grecs (Metó, 430 a.C.). Hom ha de tenir en compte que nosaltres hem partit d'un coneixement molt precís de les duracions de l'any i del període lunar. El que van fer els grecs va ser —simplement— observar que 19 anys corresponen molt exactament a 235 períodes lunars (sense precisar-ne l'error).

Què representa a la pràctica tenir una solució d'aquest problema (per exemple, la solució de Metó)? Significa poder fer un calendari de duració la durada del cicle (per exemple, 19 anys), en el qual cada mes sigui un mes lunar, i que al final del cicle es tingui exactament la mateixa estació de l'any que hi havia al principi del cicle. El fet que els mesos coincideixin amb els lunars vol dir que el mes sempre comença quan la lluna comença a créixer. Per tant la lluna plena s'esdevé sempre a la meitat exacta del mes.

Un calendari d'aquest estil és el que proposà Metó. Nosaltres, però, hem volgut fer-ne un de similar amb criteris objectius, fixats a priori, sense tenir en compte el que feien els grecs, per tal de veure si la nostra proposta difereix molt de la de Metó. Hem pogut comprovar que les diferències entre el nostre calendari i el de Metó són mínimes.

Explicarem ara els criteris que hem utilitzat per a confeccionar amb ordinador el nostre calendari per a 19 anys. En primer lloc, com que la duració del mes lunar és de 29,5305881 dies, hem de veure com alternem els mesos per aconseguir l'anterior durada mitjana. Si alternéssim mesos de 29 amb mesos de 30 obtindríem una durada de 29,5. Per a aconseguir una mitjana de 29,53, de tant en tant haurem de posar dos mesos de 30 dies seguits. Hauríem de trobar un criteri raonable per a fer això. Designem per d_i la duració del més i-èsim del període. Com que l'enter més proper a 29,5305881 és 30, comencem posant $d_1 = 30$. Suposant determinats $d_1, d_2, \ldots, d_{i-1}$, determinem d_i per a la condició que

$$(\sum_{j=1}^{i} d_j)/i$$

sigui el més proper possible de 29,5305881. Aquesta condició determina unívocament totes les duracions d_i dels diferents mesos. Si apliquem això a un cicle de 235 mesos i 19 anys, obtenim que hom ha d'alternar mesos de 30 dies i mesos de 29 dies (començant per 30), llevat de les excepcions que donarem a continuació, que corresponen a parells de mesos consecutius de 30 dies.

Excepcions: Mesos número 17 i 18, mesos 32 i 33, mesos 49 i 50, mesos 66 i 67, mesos 81 i 82, mesos 98 i 99, mesos 115 i 116, mesos 130 i 131, mesos 147 i 148, mesos 164 i 165, mesos 179 i 180, mesos 196 i 197, mesos 213 i 214, mesos 228 i 229.

D'aquesta manera els mesos del cicle de 19 anys queden perfectament definits. I la divisió en anys? Cada any hauria de constar d'un nombre enter de mesos. Aquesta divisió no respectarà, doncs, exactament les estacions fins al final de tot el cicle. Ara bé, podríem establir com a criteri, que la divisió en anys dintre del cicle respectés les estacions el màxim possible. Amb aquest criteri ens queda el calendari que donem a continuació i que consta de 12 anys de 12 mesos lunars i de 7 anys de 13 mesos.

Calendari de 19 anys

Any 1 **12 mesos, 354 dies**
30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 29

Any 2 **13 mesos, 384 dies**
30, 29, 30, 29, 30, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 29

Any 3 **12 mesos, 355 dies**
30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 30, 29, 30, 29, 30

ANY 4 **12 mesos, 354 dies**
29, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30

ANY 5 **13 mesos, 384 dies**
30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30

ANY 6 **12 mesos, 354 dies**
29, 30, 29, 30, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 29

ANY 7 **13 mesos, 384 dies**
30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 30, 29, 30, 29, 30, 29

ANY 8 **12 mesos, 355 dies**
30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 30

ANY 9 **12 mesos, 354 dies**
29, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30

ANY 10 **13 mesos, 384 dies**
29, 30, 29, 30, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30

ANY 11 **12 mesos, 354 dies**
29, 30, 29, 30, 29, 30, 30, 29, 30, 29, 30, 29

ANY 12 **13 mesos, 384 dies**
30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 30, 29

ANY 13 **12 mesos, 354 dies**
30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 29

ANY 14 **12 mesos, 355 dies**
30, 29, 30, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30

ANY 15 **13 mesos, 384 dies**
29, 30, 29, 30, 29, 30, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30

ANY 16 **12 mesos, 354 dies**
29, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 30, 29

ANY 17 **12 mesos, 354 dies**
30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 29

ANY 18 **13 mesos, 384 dies**
30, 29, 30, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30, 29

ANY 19 **12 mesos, 355 dies**
30, 29, 30, 29, 30, 30, 29, 30, 29, 30, 29, 30

Observem que 19 anys multiplicat per 365,2421988 dóna 6939,6017772 dies, i que 235 mesos lunars per 29,5305881 dóna 6.939,68822035 dies. El nostre calendari té 6.940 dies, que excedeix en 0,4 dies aproximadament la duració teòrica que hauria de tenir el cicle. És a dir, que cada 5 d'aquests cicles s'haurien de suprimir 2 dies.

El calendari de Metó de l'any 430 a.C. tenia 235 mesos, tots de 30 dies, per la qual cosa li sobraven 110 dies respecte a la duració correcta del cicle. Ara bé, pel que jo sé, sembla que el calendari va ser modificat pels mateixos grecs tot alternant 110 mesos de 29 dies amb 125 mesos de 30 dies fins a obtenir un total de 6.940 dies, tal com ens ha sortit a nosaltres.

Saros

L'òrbita de la lluna entorn de la terra no està continguda en el pla de l'eclíptica (que és el pla que conté l'òrbita de la terra entorn del sol). Els dos plans formen un angle aproximat de 5 graus. La recta d'intersecció dels dos plans s'anomena *línia dels nodes*. Els nodes són els punts de l'òrbita de la lluna en què aquesta talla el pla de l'eclíptica. El node en el qual la lluna travessa l'eclíptica de sud a nord s'anomena *node ascendent*, i l'altre, *node descendent*. Perquè hi hagi un eclipsi de sol o de lluna, el sol, la terra i la lluna han d'estar aproximadament alineats. Això implica que la lluna, a més d'estar en conjunció o oposició amb el sol (lluna nova o lluna plena), ha d'estar aproximadament sobre el pla de l'eclíptica (és a dir, ha d'estar molt a prop d'un node).

La línia dels nodes no manté una direcció fixa a l'espai, sinó que té un moviment retrògrad al llarg de l'eclíptica de 19 graus aproximadament per any. L'interval de temps entre dos passos consecutius de la lluna pel node ascendent s'anomena *període draconític* de la lluna. Aquest període, com tot el moviment de lluna, és irregular, però la seva mitjana és de 27,2122178 dies. No el confongueu amb el període sideri mitjà (període de revolució relatiu a les estrelles fixes), que és d'una duració similar: 27,3216609 dies.

Fixeu-vos que per tal que es repeteixi la successió d'eclipsis de sol i lluna, s'han de repetir les llunes noves i plenes. Aquesta repetició es regeix pel període sinòdic, que a la secció anterior hem dit que era de 29,5305881 dies. Però, a més, en un eclipsi la lluna és en un node. Per tant, simultàniament a la repetició de llunes noves o plenes, s'han de repetir el passos de la lluna pels nodes (i això té un període de 27,2122178 dies). Per tant, estem abocats a resoldre el següent problema (similar al que hem resolt a la secció anterior):

Designem per M la duració del mes lunar (període sinòdic) i per D la duració del període draconític. Donat un $n \in \mathbb{N}$, entre tots els parells d'enters positius $(k\,,\,r)$, amb $k \leq n$, cal trobar aquell parell per al qual $|kM - rD|$ és el més petit possible. Com a la secció anterior un senzill programa d'ordinador ens pot resoldre de manera ràpida aquest problema en funció de n. Com abans, donem també les solucions

per a uns quants n. Aquí n representa mesos lunars (a diferència de la secció anterior en què n representava anys):

$n =$	222	$k =$	47	$r =$	51
$n =$	223	$k =$	223	$r =$	242
$n =$	715	$k =$	223	$r =$	242
$n =$	716	$k =$	716	$r =$	777
$n =$	3.802	$k =$	716	$r =$	777
$n =$	3.803	$k =$	3.803	$r =$	4.127
$n =$	6.889	$k =$	3.803	$r =$	4.127
$n =$	6.890	$k =$	6.890	$r =$	7.477

$$|kM - rD| = 0{,}1145$$
$$|kM - rD| = 0{,}0356$$
$$|kM - rD| = 0{,}0356$$
$$|kM - rD| = 0{,}0078$$
$$|kM - rD| = 0{,}0078$$
$$|kM - rD| = 0{,}0037$$
$$|kM - rD| = 0{,}0037$$
$$|kM - rD| = 0{,}0005$$

Veiem, doncs, que en un període de 47 mesos lunars es podria esperar que es repetís la successió d'eclipsis de sol i lluna, malgrat que encara l'aproximació és dolenta. El millor període que el segueix és el de 223 mesos lunars, molt més bo que l'anterior. Aquest període és el Saros conegut pels caldeus. Després el segueixen els períodes de 716, de 3.803 i de 6.890 mesos lunars. Aquests tres últims períodes, que jo proposo anomenar *Saros 2*, *Saros 3* i *Saros 4*, són més bons que el Saros dels caldeus d'acord amb els paràmetres que considerem aquí. Però —tal com hem dit abans— el moviment real de la lluna és molt irregular respecte al moviment mitjà que nosaltres considerem aquí. El Saros dels caldeus té la virtut de tenir molt bons també altres paràmetres que aquí no hem considerat i que garanteixen bastant bé la periodicitat del moviment real respecte al moviment mitjà. De totes maneres, m'agradaria que algú estudiés amb dades d'eclipsis reals la bondat dels Saros 2, 3 i 4.

El Saros tradicional té un petit inconvenient que voldria explicar. 223 mesos lunars són 18 anys, 11 dies i 7,71 hores. Si en cada període d'aquesta durada es repeteix (aproximadament) la successió d'eclipsis de sol i lluna, això vol dir que si avui hi ha hagut un eclipsi total de sol a Barcelona (és un dir!) a les 12 del migdia, quan hagin transcorregut 18 anys i 11 dies hi hauria d'haver també un eclipsi de sol a Barcelona a les (12 + 7,71) 20 hores, i molt probablement el sol a Barcelona ja s'haurà post a aquella hora. Veiem, doncs, que en un Saros els eclipsis es repeteixen, però no en el mateix lloc. Queden correguts uns 120 graus de longitud cap a l'oest (8 hores són 120 graus). En el Saros 2 aquest inconvenient no es produeix tan intensament. En efecte, 716 mesos lunars corresponen a 57 anys, 325 dies i 21,63 hores. La diferència entre 21,63 i 24 només és aquí de 2,4 hores.

Joan Girbau
UAB

Premis i concursos

Premi Ferran Sunyer i Balaguer

La Fundació Privada Ferran Sunyer i Balaguer —vinculada a l'Institut d'Estudis Catalans— concedeix per novena vegada el Premi Internacional Ferran Sunyer i Balaguer.

Els professors Martin Golubitsky, de la Universitat de Houston (EUA), i Ian Stewart, de la Universitat de Warwick (Regne Unit), han estat els guanyadors del Premi de l'any 2001 per la seva obra *The Symmetry Perspective*.

L'acte de lliurament del Premi va tenir lloc el 24 d'abril, a la seu de l'Institut d'Estudis Catalans.

Convocatòria

La Fundació Privada Ferran Sunyer i Balaguer convoca per desena vegada el Premi Internacional Ferran Sunyer i Balaguer.

El Premi serà atorgat a una monografia matemàtica de caràcter expositiu que presenti els darrers desenvolupaments d'una àrea activa en